

CESTE I MOSTOVI

Vol. 28

Zagreb, 1982.

Broj 2



1. Općenito

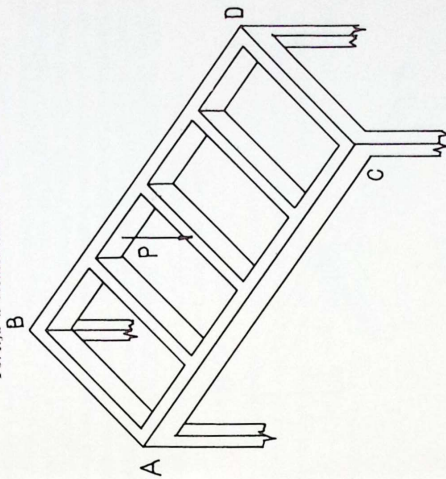
Armiranobetonske konstrukcije izvode se pretežno na monolitna način, pa stoga djeluju prostorno. Opterećenje nekog elementa očituje se obično i u ostalim dijelovima konstrukcije kao pojedinačni utjecaj (uzdužna sila, poprečna sila, moment savijanja, moment torzije), a češće u kombinaciji više navedenih utjecaja.

Istraživanja problema torzije kao i pronalazačenja me-toda proračuna traju već duže vrijeme i još su uvijek aktualna. Osobito veliku ulogu imaju sve savršenija eksperimentalna istraživanja koja su često osnova metoda proračuna ili potvrda teoretskih postavki.

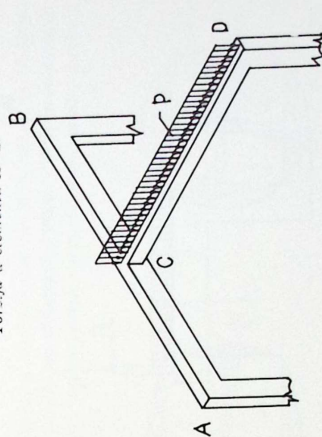
Naprezanje elemenata samo momentima torzije vrlo je rijetko u konstrukcijama. Torzijske momente obično prate momenti savijanja sa i bez normalne sile te po-prečne sile. U skladu s tim, provjera nosivosti elemenata provodi se za:

- djelovanje momenta torzije,
- djelovanje momenta torzije i momenta savijanja,
- djelovanje momenta torzije i poprečne sile,
- djelovanje momenta torzije, momenta savijanja i poprečne sile.

Torzija u elementima A-C i E-D



Torzija u elementu A-E



IR Fehuliet

Slika 1

CESEMOSIOM

GLASILO SAVEZA DRUŠTAVA
ZA CESTE HRVATSKE I
SAVEZA DRUŠTAVA ZA
PUTOVE JUGOSLAVIJE



ČASOPIS ZA PROJEKTIRANJE,
GRAĐENJE, ODRŽAVANJE I
TEHNIČKO-EKONOMSKA
PITANJA CESTA, MOSTOVA
I AERODROMA

SADRŽAJ

Prof. dr. Ivan Tomičić, Zagreb Elementi naprezani torzijom — stručni rad	33
Predrag Braunović, Beograd Procjena formiranja reflektiraju- ćih pukotina u asfaltnom sloju na betonskom kolniku analizom ter- mičkih napona	45
— pregledni rad	
Branko Perceć, Zagreb Kontrola stabilnosti temelja i od- ređivanja napona sloma tla po- moću kombinirane klizne plohe	49
— stručni rad	
Prof. dr. Kruno Tonković, Zagreb Obilježja naših starinskih mosto- va	53
Kongresi, savjetovanja, izložbe	60

POZIV NA KOLEKTIVNO UČLANJENJE

Časopis »Ceste i mostovne izdaje Savez društava za ceste Hrvat-ske, član Saveza društava za putove Jugoslavije.

Pozivamo sve kolektive čija je djelatnost vezana za područje cestogradnje, mostogradnje i cestovnog prometa općenito da se učlane u Savez društava za ceste Hrvatske.

Osnovna je svrha časopisa »Ceste i mostovne da upoznaje član-stvo s najnovijim dostignućima i iskustvima u projektiranju, građe-nju, održavanju i svim akcijama na unapređenju cestovne mreže.

Kolektivna članarina određuje se srazmjerno veličini i značenju poduzeća — kolektivnog člana, a najniža može iznositi 1.600 dinara.

Kolektivni članovi, uplatom članarine, besplatno primaju časopis. Godišnja pretplata: za poduzeća — 600.— dinara; za ostale pre-tplatnike — 120.— dinara; za inozemstvo — 60 US dolara.

Pojedini primjerci: za poduzeće — 50.— dinara; primjerak u pro-daji 12.— dinara.

Članovi Saveza društava za ceste Hrvatske, uplatom članarine, stječu pravo na besplatno primanje časopisa. Godišnja članarina je od 120.— dinara.

Čijena oglasa: omojna stranica — 6.000.— dinara; unutarnja 1/1 — 5.000.— dinara, 1/2 — 3600.— dinara, 1/4 — 2.500.— dinara; inozemni oglasi: 1/1 — 660 US dolara, 1/2 — 500 US dolara, 1/4 — 350 US dolara.

Urednički odbor:

mr. Mladen Lamer, dipl. inž., Zagreb, glavni i odgovorni urednik,
Darko Milinarić, dipl. inž., Zagreb, zamjenik glavnog i odgovornog
urednika, mr. Branimir Babić, dipl. inž., Zagreb, mr. Jovo Beslač, dipl.
inž., Zagreb, Dušan Deković, inž., Rijeka, Krešimir Dugi, dipl. inž.,
Osijek, Endy Jakišić, dipl. inž., Split, Stanko Kovač, dipl. inž., Zagreb,
mr. Ivan Liović, dipl. oec., Zagreb, Tomislav Megla, dipl. inž., Zagreb,
Josip Novak, dipl. inž., Zagreb, Branka Perović, dipl. oec., Zagreb,
Zvonko Pilko, dipl. inž., Zagreb, Franjo Pregorec, dipl. oec., Zagreb,
dr. Zdravko Ramić, dipl. inž., Zagreb, Josip Sekopet, dipl. inž., Za-
greb, Karlo Telen, inž., Zagreb, Vladimir Weber, dipl. inž., Zagreb.
Tehnički urednik: Mirjana Zec, prof.
Klasifikacija i indeksiranje po UDK i IRRD: Marko Peručić
Grafička obrada: Branko Zlamalik

Časopis izlazi mjesečno.

Tisak: NISRO »Vjesnik« — OOUR TMG — Pagon VS

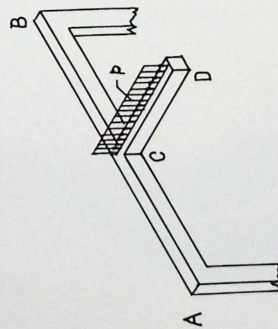
Časopis izdaje Savez društava za ceste Hrvatske, Zagreb, Voničina
ulica 3, tel. 445-422/63, pošt. pret. 673, žiro-račun 30102-678-271

S obzirom na značaj, a potom i daljnje tretiranje, razlikujemo kompatibilnu (sekundarnu) i ravnotežnu (primarnu) torziju.

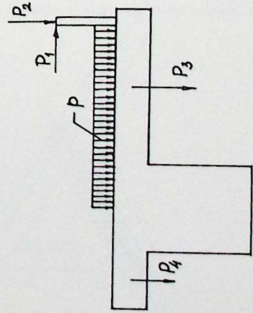
Kompatibilna torzija je ona torzija u armiranobetonskim konstrukcijama koja je nastala zbog monolitnog spoja između elemenata a nije nužna za ravnotežu, te se za granično stanje nosivosti može zanemariti. Naime, konstrukcija koja je ispravno proračunata i izvedena s obzirom na druge utjecaje (momenti savijanja, poprečne i uzdužne sile, temperatura, skupljanje) koji su u ravnoteži s vanjskim djelovanjem, sigurna je i na djelovanje torzije. Zbog djelovanja torzije u elementima dolazi do dugotrajnih plastičnih deformacija a kasnije i do pukotina, što znatno smanjuje torzijsku krutost. Posljedica toga je znatno smanjenje momenta torzije ili potpuno išezavanje i odgovarajuće povećanje momenta savijanja shodno uvjetima ravnoteže. Kompatibilnu torziju treba uzimati u obzir prilikom proračuna graničnih stanja u eksploataciji (deformacije, pukotine) kada još nije došlo do smanjenja torzijske krutosti a time i do djelovanja torzije. Tretiranje torzije kompatibilnom nije moguće u svim slučajevima, te se ovdje daju dva karakteristična slučaja gdje je to moguće (sl. 1).

Ravnotežna torzija u konstrukciji se pojavljuje da bi uvjeti ravnoteže bili zadovoljeni. Ova torzija djeluje istim intenzitetom za naponsko stanje I (bez pukotina) i za naponsko stanje II (pojava pukotina) a za slučaj konstantnog opterećenja, tj. ne smanjuje se sa smanjenjem torzijske krutosti. Za slučaj ravnotežne torzije, proračun na torziju mora biti uvijek proveden. Ovdje su dana dva karakteristična primjera ravnotežne torzije (sl. 2).

Torzija u elementu A-B



Torzija u gređi T-presjeka



Slika 2

S obzirom na način prihvaćanja i nastajanja torzije razlikujemo kružnu torziju i torziju vitoperenja.

Kružna torzija susreće se kod linijskih elemenata s punim ili šupljim presjekom gdje se ravnoteža s momentom torzije uspostavlja zatvorenim tokom posmičnih napona. Ovo je najčešći slučaj torzije koji se susreće u konstrukcijama, i o njemu će biti opširnije govora u nastavku.

Torzija vitoperenja susreće se kod linijskih elemenata s otvorenim presjekom zbog sprječivosti vitoperenja presjeka. Presjek se sastoji od najmanje tri plohe (nosaa) koje ne leže u istoj ravlini i međusobno su molitno spojene. Posmična naprezanja od torzije i poprečnih sila, te normalna naprezanja od momenata savijanja i uzdužnih sila određuju se u svakoj od tri plohe iz uvjeta ravnoteže. Nakon određivanja napona, svaka se ploha tretira neovisno. Granično stanje cijelog presjeka određeno je graničnim stanjem jednog ili više nosaa koje može nastati:

- zbog savijanja (dostizanje nosivosti uzdužne armature, dostizanje nosivosti betona na tlak),
- zbog posmika (dostizanje nosivosti poprečne i uzdužne armature, dostizanje nosivosti tlačnih štapova formirane rešetke),
- zbog kombiniranog naprezanja savijanjem i posmičkom.

Kod drugih vrsta poprečnog presjeka djelovanje torzije vitoperenja može se zanemariti, osim kod elemenata gdje je vitoperenje zbog nekih okolnosti sprječeno.

2. Elementi bez armature za prihvat kružne torzije

2.1. Djelovanje momenta torzije

2.1.1. Puni presjeci

Momenti torzije izazivaju samo posmična naprezanja, pa će i glavni kosi naponi biti jednaki posmičnim: $\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_t$. Polazeći od pretpostavke sloma betona, prije nego dođe do sloma zbog posmika, doći će do pojave pukotina zbog prekoračenja vlačne čvrstoće betona. Glavni vlačni kosi naponi, koji mogu dovesti do sloma, izazvani su momentom torzije manjim od momenta torzije koji bi bio uzrok sloma zbog dostizanja posmične čvrstoće. Time se onda granična nosivost svodi na promatranje sloma tijela koje ima okomit sistem napona jednaka vlačna, a suprotnog predznaka (glavni kosi naponi vlačna i tlaka).

Posmični naponi, koji su po vrijednosti jednaki glavnim kosim naponima, od djelovanja torzije proračunavaju se različito za elastične i plastične materijale.

Elastični materijali

Klasični proračun posmičnih napona prema St. Venantu koji vrijedi za elastičan i homogen materijal provodi se po izrazu:

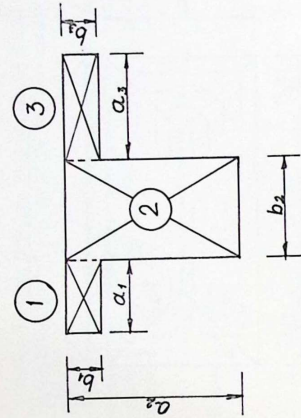
$$\tau_{t,i} = \frac{T}{W_{t,i}} \quad (1)$$

gdje je:

T — moment torzije,

$W_{t,i}$ — torzijski moment otpora.

Torzijsku krutost elementa može se dobiti promatranjem elementa diferencijalne dužine »dz« opterećenog



Slika 3

momentom torzije. Kada se odnos poznat iz otpornosti materijala:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{T}{G \cdot I_t} \quad (2)$$

za slučaj konstantnog momenta torzije i presjeka, integrirajući, dobije se kut uvijanja elementa:

$$\varphi = \frac{T}{G \cdot I_t} \cdot L \quad (3)$$

Torzijska krutost elementa ($T = 1$):

$$K = \frac{1}{\varphi} = \frac{G \cdot I_t}{L} \quad (4)$$

gdje je:

φ — kut uvijanja elementa dužine L ,

G — modul posmika,

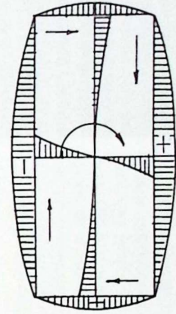
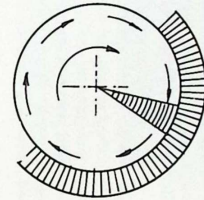
I_t — torzijski moment tromosti.

Proračun posmičnih naprezanja kod sastavljenih presjeka kao što su T-presjeci i drugi (sl. 3) vrlo je kompliciran. Međutim, prema prijedlogu Bacha postupak se znatno pojednostavljuje. Ukupni moment torzije raspoređuje se na sastavne dijelove presjeka u odnosu krutosti pojedinih dijelova prema sumi krutosti svih presjeka:

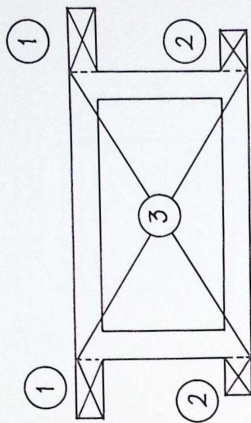
$$T_{t,i} = \frac{K_{t,i}}{\sum K_{t,i}} \cdot T \quad (5)$$

Posmični napon u i-tom dijelu presjeka:

$$\tau_{t,i} = \frac{T_{t,i}}{W_{t,i}} \quad (6)$$



Slika 4



Ovaj približni postupak ima nedostatak, jer ne uzima u obzir međusobnu povezanost pojedinih dijelova presjeka. Greška načinjena njegovom primjenom za praktične proračune zanemarljivo je mala.

Raspodjela posmičnih napona po presjeku ovisi o obliku presjeka (sl. 4).

Prandlova analogija s mješuricom sapunice, koja se odnosi na elastično ponašanje materijala, može dobro poslužiti za proračun krutosti i posmičnih naprezanja, osobito za slučaj nepravilnih presjeka. Po ovoj analogiji volumen sapunice iznad presjeka predstavlja mjeru torzijskog momenta tromosti I_t , a nagib tangente na plohu sapunice predstavlja približno posmični napon τ_t .

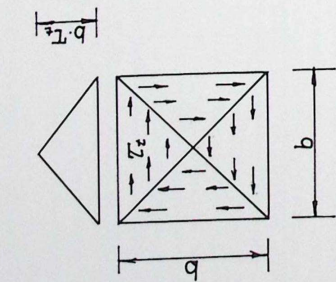
Plastični materijali

Kod materijala koji imaju svojstvo plastičnog deformiranja (izražena granica popuštavanja) pretpostavlja se jednolika raspodjela posmičnih napona po presjeku (sl. 5). Iz uvjeta ravnoteže $\sum M = 0$ može se proračunati posmični napon:

$$T = 4 \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot \tau_t \cdot \frac{1}{3} \cdot b^3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9} \cdot b^3 \cdot \tau_t \quad (7)$$

$$\tau_t = \frac{3 \cdot T}{b^3} \quad (7)$$

Do istog rezultata može se doći služeći se Nadajevom analogijom s kupom pijeska (sl. 5) prema kojoj je moment torzije jednak volumenu kupa iznad poprečnog presjeka.



Za kvadratni presjek:

$$T = \frac{b \cdot b \cdot \tau_t \cdot b}{3} = \frac{b^3 \cdot \tau_t}{3}, \text{ odnosno} \quad (8)$$

$$\tau_t = \frac{3 \cdot T}{b^3}$$

Za pravokutni presjek:

$$T = \frac{b \cdot b \cdot b \cdot \tau_t}{3} + \frac{(a-b) \cdot 3 \cdot b \cdot \tau_t \cdot b}{6} = \frac{b^3 \cdot \tau_t (a-b)}{6}, \quad (9)$$

odnosno

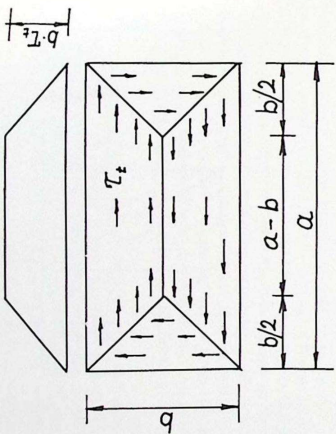
$$\tau_t = \frac{2}{1-3 \cdot \frac{b}{a}} \cdot \frac{T}{b^2 \cdot a}$$

Beton nije dovoljno duktilan (žilav) materijal, a napore u zoni vlakna, da bi dozvolio idealno jednoliku distribuciju napona pomika po presjeku prije sloma kakva se pretpostavlja za plastične materijale. Općenito se za beton može reći da se ponaša kao elastičniji materijal. Odnos plastičnih i elastičnih deformacija varira u dosta širokim granicama što ovisi o više faktora, a prije svega o starosti betona u vrijeme opterećenja, čvrstoće i duljine trajanja opterećenja. Stari betoni, velike čvrstoće, kratkotrajno opterećeni, ponašaju se pretežno kao elastični materijali, dok se mlađi betoni, slabijih čvrstoća i pod dugotrajnim opterećenjem ponašaju pretežno kao plastični materijali.

Američki ACI-propisi uzimaju u obzir djelomičnu duktilnost betona smatrajući ga elastičnim materijalom, ali zbog jednostavnosti za sve betone daju jedinstven izraz za proračun posmičnih napona od torzije za granično opterećenje.

Za pravokutni presjek:

$$\tau_{t,u} = \frac{3 \cdot T_u}{b^2 \cdot a} \quad (10)$$



Slika 5

gdje je:

$$T_u = T \cdot \gamma_u \text{ — granični moment torzije,} \quad (11)$$

$$\gamma_u = 2,2 \text{ — globalni koeficijent sigurnosti za strom preko betona, } b < a.$$

Za sastavljeni presjek:

$$\tau_{t,u} = \frac{3 \cdot T_{u,i}}{\sum b_i^2 a_i}$$

Ovaj izraz ima također nedostatak zbog zanemarivanja međusobne povezanosti pojedinih dijelova presjeka.

Napon proračunat po izrazima (10) i (11) odgovara minimalnom naponu koji se može dobiti za elastično ponašanje materijala i maksimalnom koji se može dobiti za plastično ponašanje materijala.

Opor betona na djelovanje glavnih kosih napona izazvanih torzijom ovisi o više faktora. Eksperimentalnim putem dobivena je varijabilna vrijednost izražena preko lračne čvrstoće betona:

$$\tau_{t,b} = 0,33 \cdot \sqrt{f_c} \text{ do } \tau_{t,b} = 0,58 \cdot \sqrt{f_c}$$

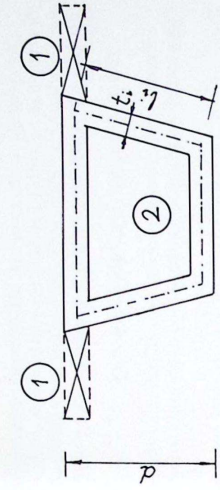
Ova vrijednost odgovara čvrstoći betona na vlak, odnosno naponu kod kojega će nastati pukotine pod djelovanjem torzije. ACI-propisi daju jedinstven izraz, ovisno o lračnoj čvrstoći cilindra 15/30 cm, za ovu čvrstoću betona:

$$\tau_{t,b} = 0,5 \cdot \sqrt{f_c} \quad (\text{N/mm}^2) \quad (12)$$

2.1.2. Šuplji presjeci

Zbog dobre distribucije posmičnih napona po presjeku i velike torzijske krutosti, šuplji presjeci pokazuju veliku nosivost na djelovanje torzije. Ove presjeka najčešće se susreću u mostovskim konstrukcijama. Kao ilustracija, prikazano je nekoliko poprečnih dispozicija mostova sa složenim i šupljim presjekom svrstanih od najmanje do najveće torzijske krutosti (sl. 6).

Kada je debljina stijenke šupljeg presjeka t_i mala u odnosu na dimenzije presjeka, može se s dovoljno točnošću pretpostaviti jednolika raspodjela posmičnih napona τ_t po presjeku.



Slika 7

Učešće dijelova presjeka ① u odnosu na dio ② u nosivosti na torziju vrlo je malo, pa se često zanemaruje (sl. 7).

Izraz za proračun posmičnih napreznja kod šupljih presjeka dobije se iz uvjeta ravnoteže $\sum M = 0$ i uz pretpostavku da su posmični naponi jednoliko raspoređeni po presjeku (sl. 8):

$$T = \int t \cdot \tau_t \cdot r \cdot ds = 2 A_{ef} \cdot t \cdot \tau_t \quad (13)$$

odnosno

$$\tau_t = \frac{T}{2 \cdot A_{ef} \cdot t} \quad (14)$$

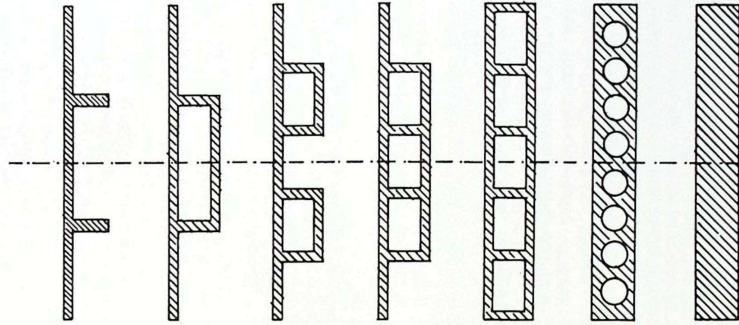
gdje je:

t — debljina stijenke,

A_{ef} — površina koju zatvara srednja kontura šupljeg presjeka.

Ovaj izraz može se jednako djelotvorno koristiti za elastično i plastično područje.

Krutost šupljeg presjeka može se dobiti korištenjem principa virtuelnog rada:



Slika 6

Slika 8

$$\frac{1}{2} \int \tau_t \cdot t \cdot ds = \frac{1}{2} \cdot T \cdot \frac{q}{L} \quad (15)$$

Kada se uvrsti za τ_t izraz (14), dobije se

$$T = \frac{4 \cdot A_{ef}^2 \cdot t \cdot G}{\int ds} \cdot \frac{C_0 \cdot G}{L} \cdot \frac{q}{L} \quad (16)$$

Torzijska krutost elementa ($T = 1$):

$$K = \frac{1}{q} \cdot \frac{C_0 \cdot G}{L} \quad (17)$$

gdje je:

$C_0 = \frac{4 \cdot A_{ef}^2 \cdot t}{\int ds}$ — odnos geometrijskih veličina za bilo koji oblik šupljeg presjeka konstantne debljine t .

$C_0 = \frac{4 \cdot A_{ef}^2}{\sum l_i/t_i}$ — za proizvoljni poligonalni šuplji presjek $\int ds = \sum l_i$ (sl. 7).

2.2. Djelovanje momenta torzije i momenta savijanja

Istovremeno djelovanje momenta torzije i momenta savijanja izaziva kombinirano naprezanje u elementu. Određivanje otpora betona u ovom slučaju vrlo je teško. Stvaranje pukotina u elementu ovisi o odnosu momenta torzije i savijanja. Od djelovanja samo momenta savijanja nastaju pukotine u vlačnoj zoni. Opor savijanju pruža tada vlačna armatura i pritisnuti dio betona. Za slučaj djelovanja momenta torzije i momenta savijanja, pukotine nastale od savijanja nisu više okomite na os elementa, nego pod kutom. Ove pukotine umanjuju moment otpora elementa na djelovanje momenta torzije, i to, prema Mattocku, na približno polovicu momenta otpora bez pukotina.