

CESTE I MOSTOVI

Vol. 34

Zagreb, 1988.

Broj 2



Granični rasponi betonskih nosača

Izvorni znanstveni rad
UDK 624.072.2:624.016
IRRD 24:53

stručnom štivu pojam graničnoga raspona gotovo i ne spominje [7, 8, 9].

Valja reći da se gotovo sva spomenuta istraživanja odnose na nosače jednostruka presjeka (tj. ostvarena u jednoj izvedbenoj fazi), čiji je oblik gotovo simetričan i s obzirom na os okomitu na ravninu savijanja. Stoga je praktična primjenjivost rezultata do kojih su istraživači došli veoma ograničena. Vjerojatno je zbog toga postupno splasnuo zanimanje za taj problem. Međutim, ako se problem postavi nešto drukčije, odnosno ako se granični raspon definira na navedeni način, tj. kao raspon pri kojemu su dopustiva naprezanja iskoristena na rubu koji je za dano stanje opterećenja slabiji, otvara se mogućnost poopćenja ovoga pojma na slučaj nosača spregnuta presjeka i na slučaj dvofaznoga napinjanja kabela, a to onda jamči praktičnu relevantnost problema.

U radovima [10, 11 i 12] razmatrano je pitanje tako shvaćena graničnoga raspona, ali autori tada još nisu uviđali njegovu tijesnu povezanost s kritičnim rasponom po definiciji francuskih istraživača. U ovom će se radu stoga sažeto izložiti izvod izraza za granični raspon dobiven iz poopćene jezgre presjeka, zatim onaj iz dosegnuća dopustivih naprezanja na slabijem rubu presjeka i naposljetku provesti usporedbu dobivenih izraza. Nakon toga protegnut će se pojam graničnoga raspona izveden iz uvjeta dosegnuća dopustivih naprezanja na slabijem rubu presjeka na slučaj nosača spregnuta presjeka, i to ne samo za jednofazno napinjanje kabela nego i na dvofazno. Dat će se i osvrt na djelomično prednapinjanje te na najvažnije mogućnosti primjene rezultata ovog istraživanja. Naposljetku, ti će se rezultati djelomične predočiti i u brojevnom primjeru.

2. GRANIČNI RASPON NOSAČA JEDNOSTRUKA PRESJEKA

2.1. Granični raspon izveden iz poopćene jezgre presjeka

Prisjetimo se najprije nekih osnovnih pojmova. Jezgrom presjeka nazivamo središnji dio presjeka određen iz uvjeta da ako uzdužna sila djeluje unutar njega od-

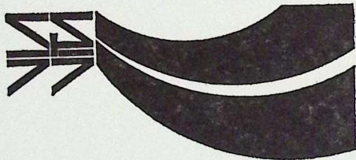
pona za
nut no-
u dčije
presjeka
jezgre
aničnim
pustivih
e izraza
e izraza
proteg-
ukazano
ostupak
izvede-
a za tri

napetih
mnogo
ruski su
uvidali
defini-
raspon
te mase
ritnosti
kabala
(dodat-
pak, to
rišten i
porabe,
pustivi-
živanja
na poj-
u uvjeta
e pojam
ji fran-
raživači
m lučiti

imiciju,
jemu se
u dopu-
najviše
ko zao-
mačkom

53
67
75
81

86
93
94



CASOPIS ZA PROJEKTIRANJE,
GRADENJE, ODRŽAVANJE I
TEHNIČKO-EKONOMSKA
PITANJA CESTA, MOSTOVA
I AERODROMA

SADRŽAJ

- Zvonimir Marić, Zagreb
Granični rasponi spregnutih prednapetih betonskih nosača 53
- Izvorni znanstveni rad
- Franco Cuzz, Italija
Sigurnost u cestovnim tunelima 67
- stručni rad
- Davor Krasnić, Zagreb
Parametri prometne mreže u modelima prometne potražnje 75
- pregledni rad
- Miro Pilić
Baldo Bakalić, Split
Horizontalna signalizacija — materijali, izvođenje i održavanje 81
- stručni rad
- Naši mostovi
Titov most — kopno—otok Krk (S. Sram, Z. Marić) 86
- Iz rada saveza i društava za ceste iz društva za puteve SR Crne Gore (Lj. Boljević) 93
- Iz glasila 94

Casopis «Ceste i mostovi» izdaje Savez društava za ceste Hrvatske, član Saveza društava za putove Jugoslavije.

Osnovna je svrha časopisa da upozna čitatelje s najnovijim dostignućima i iskustvima u projektiranju, gradnji, održavanju te sa svim akcijama na unapređenju cestovne mreže.

Godišnja pretplata
— za pravne osobe: prvi pretplatnički primjerak 30 000 dinara a svi naredni uz 10% popusta
— za pojedince: 6000 dinara
— za inozemstvo: 82 SAD dolara, a za znakoplovnu ili preporučenu dostavu još 24 SAD dolara

Pojedini primjerci u prodaji
— za pravne osobe: 2500 dinara
— za pojedince: 550 dinara

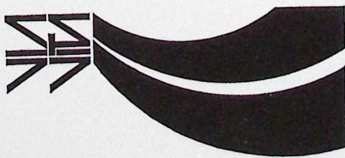
Čitana oglasa
— za tuzemstvo: omotna stranica 1/1 — 250 000 dinara omotna stranica 1/1 — 200 000 dinara unutarnja stranica 1/1 — 160 000 dinara unutarnja stranica 1/2 — 80 000 dinara
— za inozemstvo: unutarnja stranica 1/1 — 680 SAD dolara unutarnja stranica 1/2 — 500 SAD dolara unutarnja stranica 1/4 — 350 SAD dolara

Za tiskanje časopisa koriste se sredstva Saveza republičkih i provincijskih samoupravnih interesnih zajednica za naučne delatnosti u SRPJ. Republičke zajednice za znanstveni rad SR Hrvatske te sredstva popisnika samoupravnog sportazuma o sutinanciranju časopisa.

UREDNIČKI ODBOR
Glavni i odgovorni urednik: Darko Milinarić, dipl. inž., Zagreb
Zamjenik gl. i odg. urednika: dr. Zvonimir Marić, dipl. inž., Zagreb
Baldo Bakalić, dipl. inž., Split, Tomislav Bilić, dipl. inž., Zagreb, mr. Josip Bošnjak, dipl. inž., Osijek, Josip Bušelić, inž., Zagreb, Dušan Deković, inž., Rijeka, Zeljko Kadivić, dipl. inž., Zagreb, Ivan Kamber, prof., Zagreb, Ivica Krašovec, Zagreb, Mario Ladavac, dipl. inž., Pazin, dr. Ivan Legac, dipl. inž., Zagreb, dr. Ivo Lozić, dipl. inž., Split, dr. Zvonimir Marić, dipl. inž., Zagreb, Darko Milinarić, dipl. inž., Zagreb, Alojz Petrović, dipl. inž., Zagreb, Julius Pevalek, dipl. inž., Zagreb, Franjo Pregorec, dipl. ek., Zagreb, dr. Zdravko Ramljan, dipl. inž., Zagreb, Josip Sekopeć, dipl. inž., Zagreb, Zlatko Trššler, dipl. inž., Osijek.

Tehnički urednik: Mirjana Zec, prof.
Klasifikacija i indeksiranje po UDK i IRRD: mr. Davor Sovagović
Grafička obrada: Branko Zlamalik
Casopis izlazi mjesečno.

Tisak: NISRO »Vjesnik« — OOUR TMG — Pogon VS
Casopis izdaje Savez društava za ceste Hrvatske, Zagreb, Vontčina ulica 3, tel. 445-422/63, pošt. pret. 673, žiro-račun 30102-678-271, žiro-račun za inozemstvo kod Privredne banke Zagreb 30101-620-37-00-7210-00764-1



IZDAVAČKI SAVJET
Predsjednik: Ante Smit, dipl. inž., Zagreb
Orhan Avdović, dipl. inž., Skopje, prof. dr. Branimir Babić, dipl. inž., Zagreb, Dragan Blegović, dipl. ek., Zagreb, Muhammed Čoklić, dipl. inž., Zagreb, Zeljko Hitrec, dipl. inž., Zagreb, Zvonimir Hrešćak, dipl. inž., Zagreb, Milan Jeković, dipl. ek., Rijeka, prof. Aleksandar Klemenčić, dipl. inž., Zagreb, Marjan Krajinac, dipl. inž., Ljubljana, prof. Stjepan Kramer, dipl. inž., Zagreb, Luka Markek, dipl. ek., Zagreb, prof. Jakša Milić, dipl. inž., Split, Stjepan Predavec, dipl. inž., Zagreb, Svetozar Razmatović, dipl. inž., Titograd, Hasan Sarajlić, dipl. inž., Sarajevo, potpuk. Miodrag Simić, Zagreb, Mihaljo Strešnjak, dipl. ek., Osijek, Ante Smit, dipl. inž., Zagreb, Momčilo Soira, dipl. inž., Novi Sad, prof. dr. Stanko Sram, dipl. inž., Zagreb, puk. dr. Milorad Terzić, dipl. inž., Beograd, Čedo Tomljanović, dipl. inž., Zagreb.

nosaka pa za to stanje vrijedi nepromijenjena jednadžba (11a):

$$\frac{P}{A_0} \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right) - \frac{M_{00}}{W_{d0}} - \sigma_{in} = 0 \quad (11a)$$

Odgovarajuća jednadžba za uporabno stanje mora uzeti u obzir padove sile prednapinjanja, i to odvojeno od padova što se zbog prije sprezanja, i odvojeno onaj nakon sprezanja nosača. Također mora voditi računa o tome koja opterećenja djeluju na osnovni presjek, a koja na spregnuti:

$$\frac{\eta P}{A_0} \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right) - \frac{M_{00} + M_{sp1}}{W_{d0}} - \frac{\Delta \eta P}{A_0} \left(1 + \frac{e_s}{j_{0s}} \right) - \frac{M_{sp1}}{W_{d0}} + \sigma_{ik} = 0 \quad (19)$$

U ovoj su jednadžbi:

M_{sp1} — moment savijanja od mase dobetonirane ploče (odnosno, općenito, od naknadno spregnutoga dijela nosača),

M_{00} — moment savijanja od vanjskog opterećenja (stalnog i promjenljivoga) što djeluje na spregnuti nosač,

η — koeficijent pada sile prednapinjanja zbog skupljanja i pužanja betona te opuštanja (relaksacije) čelika do trenutka očvrnuća betona ploče,

$\Delta \eta$ — koeficijent razlike pada sile prednapinjanja nakon očvrnuća betona ploče.

Ostale su oznake jednake, s tim što se oznake geometrijskih pokazatelja s oznakom s odnose na spregnuti presjek.

Iz jednadžbe (11a) i (19) valja najprije ukloniti nepoznate P i e_0 kao u točki 2.2. U tu svrhu treba jednadžbu (19) preoblikovati tako da se oba člana što sadrže P i e_0 svеду na jedan. To znači da član što sadrži P i e_0 treba pomnožiti i podijeliti sa $(1/A_0) \times (1 + (e_0/j_{00}))$:

$$\frac{\Delta \eta P}{A_0} \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right) \frac{\eta \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right)}{A_0 \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right)} = \frac{P}{A_0} \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right) \frac{\eta \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right)}{A_0 \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right)} = \frac{\Delta \eta \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right)}{A_0 \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right)} \frac{\eta \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right)}{A_0 \left(1 + \frac{e_0}{j_{00}} \right)}$$

Veliki razlomak na desnoj strani sadrži samo geometrijske pokazatelje presjeka i koeficijente padova sile prednapinjanja. U radu [10] pokazano je da se veličina dobivena odbijanjem njegove vrijednosti od jedinice (tamo označeno sa χ) za veoma široko područje varijacije spomenutih pokazatelja i koeficijenta kręće u razmjerno uskim granicama: između 0,84 i 0,9. Zahvaljujući tomu bitno se ubrđava postupak prethodnog određivanja potrebnih izmjera presjeka. Ako se sada jednadžba (11a) pomnoži s η i odbije od preoblikovane jednadžbe (19) u kojoj se prethodno član što odražava djelovanje vanjskog opterećenja svеde na moment opterećenja presjeka množenjem i dijeljenjem s W_{d0} . Tako se dobije:

σ_{ik} — dopustivo vlačno naprezanje u stanju korištenja.

Množenjem jednadžbe (11a) s $(-\eta)$ i približanjem dobivenoga jednadžbi (13) oslobodamo se dviju nepoznanica, P i e_0 :

$$M_0 - \eta M_{sp0} = \eta \sigma_{in} + \sigma_{ik} \quad (14)$$

Ako se između M_0 i M_{sp0} uspostavi odnos (4), a M_{sp0} izrazi kao u jednadžbi (6) (s uvrštavanjem vrijednosti za γ_b), dobit će se:

$$\frac{(r_0 - \eta) A_0 I^2}{320 W_{d0}} = \eta \sigma_{in} + \sigma_{ik} \quad (14a)$$

Oдавde se može izravno dobiti vrijednost graničnoga raspona. Pritom ćemo iskoristiti svезu (12) između momenta otpora i plošne presjeka:

$$I_{pr} = 8 \sqrt{\frac{5 j_{00} (\eta \sigma_{in} + \sigma_{ik})}{r_0 - \eta}} \quad (15)$$

Uočimo izvanrednu sličnost građe izraza (10) i (15). Različitim kriterijima

U jednadžbama (10) i (15) razlikuju se samo brojnici izraza pod korijenom. Da bismo ih mogli usporediti, moramo najprije izraziti odsječke pooptčene jezgre presjeka s pomoću odgovarajućih odsječaka središnje jezgre, a zatim za težišno naprezanje uvrstiti izraz (9). Odsječak pooptčene jezgre dobiva se iz jednadžbe za rubno naprezanje u koju se umjesto stvarnoga kraka sile, e_0 uvrsti krak pomaknute sile, a to je upravo odsječak pooptčene jezgre [4, 5, 6]:

$$\frac{P}{A_0} \left(1 - \frac{j_{0p}}{j_{00}} \right) + \sigma_{in} = 0 \quad (16)$$

Iz te se jednadžbe, uzimajući u obzir zamjenu (8), može izravno dobiti izraz za donji odsječak pooptčene jezgre:

$$j_{0p} = j_{00} \left(1 + \frac{\sigma_{in}}{\sigma_T} \right) \quad (16a)$$

Na potpuno jednak način dobije se izraz za gornji odsječak pooptčene jezgre:

$$j_{0p} = j_{00} \left(1 + \frac{\sigma_{ik}}{\sigma_T} \right) \quad (16b)$$

Napismo sada brojnike izraza (10) i (15) u obliku jednadžbe:

$$\eta \sigma_T (j_{0p} + j_{00}) = j_{00} (\eta \sigma_{in} + \sigma_{ik}) \quad (17)$$

Na desnoj su strani same zadane ili neposredno određive veličine dok one na lijevoj valja izraziti s pomoću jednadžbi (16a) i (16b) pri čemu ćemo, radi preglednosti, izraze u zagradama svesti na zajednički nazivnik:

$$\eta \sigma_T (j_{0p} + j_{00}) = \eta j_{00} (\sigma_T + \sigma_{in}) + j_{00} (\eta \sigma_T + \sigma_{ik}) \quad (18)$$

Desna se strana može preurediti na sljedeći način:

$$\eta \sigma_T (j_{0p} + j_{00}) = \eta \sigma_T (j_{00} + j_{00}) + \eta \sigma_{in} j_{00} + \sigma_{ik} j_{00} \quad (18a)$$

Vidimo da je posljednji član jednadžbe (18a) istovjetan s posljednjim članom jednadžbe (17) (nakon množenja zagrade). Pošto se ti članovi ispuste, dobiva se:

$$\eta \sigma_T (j_{00} + j_{00}) + \eta \sigma_{in} j_{00} = \eta j_{00} \sigma_{in} \quad (18b)$$

Ta se jednadžba može podijeliti s koeficijentom padova sile prednapinjanja, η . Sada ćemo, pošto za σ_T uvrstimo izraz (9), vidjeti na što se da svesti lijeva strana jednadžbe (18b):

$$\frac{\sigma_{in} Y_{00} - \sigma_{in} Y_{d0}}{d} (j_{00} + j_{00}) + \sigma_{in} j_{00} = \sigma_{in} \frac{Y_{d0}}{d} (j_{00} + j_{00}) - \sigma_{in} \frac{Y_{d0}}{d} \quad (18c)$$

Zbroj odsječaka središnje jezgre presjeka izrazit ćemo polazeći od proširene jednadžbe (12) na sljedeći način. Najprije gornji odsječak:

$$j_{00} = \frac{W_{d0}}{A_0} = \frac{I}{Y_{d0} A_0} = \frac{I_{pr}^2}{Y_{d0} A_0} \quad (12a)$$

$$j_{d0} = \frac{I_{pr}^2}{Y_{d0} A_0} \quad (12b)$$

Zbroj je odsječaka jezgre:

$$j_{d0} + j_{00} = \frac{I_{pr}^2 d}{Y_{d0} Y_{00}} \quad (12c)$$

Kada se dobiveno uvrsti u jednadžbu (18c), njezin prvi član poprima vrijednost:

$$\sigma_{in} \frac{Y_{00}}{d} (j_{d0} + j_{00}) = \sigma_{in} \frac{I_{pr}^2}{Y_{d0} Y_{00}} = \sigma_{in} j_{00} \quad (18d)$$

dakle jednaka je desnoj strani jednadžbe (18b). Na potpuno se jednak način može pokazati da je vrijednost drugoga člana:

$$\sigma_{in} \frac{Y_{d0}}{d} (j_{d0} + j_{00}) = \sigma_{in} j_{d0} \quad (18e)$$

dakle potpuno jednaka vrijednosti trećega člana. Kako su ti članovi suprotnih predznaka, ostaje samo prvi član za koji smo pokazali da je istovjetan s desnom stranom jednadžbe (18b). Iz toga slijedi da su brojnici izraza pod korijenom u jednadžbama (10) i (15) istovjetni odnosno da se po dvama različitim kriterijima (tj. iz pooptčene jezgre presjeka i na osnovi dopustivih naprezanja) dobiva istovjetna vrijednost graničnoga raspona. Taj je rezultat veoma važan, jer se zahvaljujući njemu može odrediti granični raspon i za nosač spregnutu presjeka za koji je pooptčenu jezgru teško definirati.

3. GRANIČNI RASPON NOSAČA SPREGNUTA PRESJEKA

3.1. Nosači napinjani u jednoj fazi

Spregnuti presjeci imaju gotovo redovito izrazilo jači gornji pojas pa je dostatno promatrati samo jednadžbe stanja naprezanja za donji rub presjeka. Pritom valja imati na umu da se kabeli napinju prije sprezanja

$$\frac{(\eta \chi - 1) M_{sp0}}{W_{d0}} - \frac{M_{00}}{W_{d0}} - \frac{M_{sp0}}{W_{d0}} + \sigma_{ik} + \eta \chi \sigma_{in} = 0 \quad (20)$$

Kao i u točki 2.2, sve momente savijanja valja izraziti preko momenta od vlastite mase osnovnoga nosača, M_{sp0} :

$$M_{sp0} = M_{00} (A_{pr}/A_0); \quad M_{00} = r_{00} M_{sp0} \quad (21)$$

S druge strane, moment savijanja od vlastite mase nosača treba izraziti s pomoću jednadžbe (6). Osim toga, zgodno je geometrijske pokazatelje presjeka izraziti s pomoću odgovarajućih pokazatelja što pripadaju opisanom pravokutniku, pomnoženih s pripadnim koeficijentima (sl. 4). Tako je, primjerice:

$$A_0 = k_A b d; \quad A_{pr} = b_{pr} d_{pr} = \beta b \delta d = \beta \delta b d; \quad W_{d0} = (k_{w,d0} b d^3) / 6; \quad W_{d0} = (k_{w,d0} b d^3) / 6 \text{ itd.}$$

Tu su b i d širina odnosno visina opisanoga pravokutnika. Kada se sve to uzme u obzir, jednadžba (20) poprima oblik:

$$A_0 \left((\eta \chi - 1) - \frac{\beta \delta (k_A)}{320 W_{d0}} - r_{00} (k_{w,d0} / k_{w,d0}) \right) I^2 + \sigma_{ik} + \eta \chi \sigma_{in} = 0 \quad (20a)$$

Imajući na umu odnos (12), iz te se jednadžbe može neposredno dobiti vrijednost graničnoga raspona:

$$I = 8 \sqrt{\frac{5 j_{00} (\eta \chi \sigma_{in} + \sigma_{ik})}{1 - \eta \chi - \beta \delta (k_A) + r_{00} (k_{w,d0} / k_{w,d0})}} \quad (22)$$

Dobivena jednakost opet je slična izrazu (15): brojnik je gotovo istovjetan (ovdje se samo σ_{in} množi s još jednim koeficijentom, χ) a nazivnik odražava složenije odnose u svеzi s činjenicom da osnovni nosač prenosi dio opterećenja sam, a dio u sklopu spregnutoga nosača.

3.2. Nosači napinjani u dvije faze

Prije nego što prijedemo na razmatranje stanja naprezanja na osnovi kojih se dobiva jednadžba iz koje se izračunava granični raspon, valja reći da se i nosači jednostruka presjeka mogu napinjati u dvije faze pod uvjetom da na njih djeluje dodatno stalno opterećenje (osim vlastite mase) i da je osiguran pristup kabelima druge faze (u pravilu s gornjega pojasa). U spregnutih nosača dodatni je stalni teret (ako ništa drugo) masa dobetonirane ploče, a i pristup je kabelima druge faze redovito ostvarljiv.

Već je rečeno da je u spregnutih presjeka dostatno promatrati samo stanja naprezanja na donjem (slabijem) rubu. Najlakše ćemo pratiti ta stanja ako zorno predočimo slijed privratka tlačnih naprezanja i rastlaćenja (dekompresija) na donjem rubu (sl. 5). Najprije se pojavljuje tlak od djelovanja sile prednapinjanja (0—A) i istodobno rastlaćenje od djelovanja vlastite mase nosača (A—B). Slijedi dalje rastlaćenje zbog pada sile prve faze (od djelovanja skupljanja i pužanja betona te opuštanja čelika) do trenutka očvrnuća betona ploče (B—C) i zbog djelovanja mase dobetonirane ploče (C—D). Ovdje se valja nakratko zadržati. Naime, već u trenutku što slijedi neposredno nakon vezanja elementa beton ploče ima nekakvu čvrstoću i zbog toga